



# Modello di Ottimizzazione per la Schedulazione del Personale Infermieristico di una Residenza Assistita

Candidata: Serena Cortopassi

Relatori: Prof. Frangioni, Prof. Scutellà

Università di Pisa

Tesi di Laurea Triennale  
11 aprile 2014





# Modelli di ottimizzazione matematica

- Allocare le risorse disponibili in un certo arco di tempo al fine di svolgere una serie di compiti assegnati.
- Ottimizzare il risultato, in termini di
  - minimizzazione di tempi e costi
  - massimizzazione dei profitti



# Modelli di ottimizzazione matematica

- Allocare le risorse disponibili in un certo arco di tempo al fine di svolgere una serie di compiti assegnati.
- Ottimizzare il risultato, in termini di
  - minimizzazione di tempi e costi
  - massimizzazione dei profitti



# Modelli di ottimizzazione matematica

- Allocare le risorse disponibili in un certo arco di tempo al fine di svolgere una serie di compiti assegnati.
- Ottimizzare il risultato, in termini di
  - minimizzazione di tempi e costi
  - massimizzazione dei profitti



# Modelli di ottimizzazione matematica

- Allocare le risorse disponibili in un certo arco di tempo al fine di svolgere una serie di compiti assegnati.
- Ottimizzare il risultato, in termini di
  - minimizzazione di tempi e costi
  - massimizzazione dei profitti



# Problemi di scheduling

Modelli decisionali e algoritmi per la pianificazione di molte attività:

- organizzazione dei cicli produttivi industriali;
- generazione di turni lavorativi e orari scolastici;
- gestione del traffico e degli orari dei servizi di trasporto.



# Problema reale: staff scheduling

## Problema

Ottimizzazione della programmazione degli orari di lavoro del personale della struttura “Il Gignoro” della Diaconia Valdese Fiorentina.

## Obiettivo

Assegnare un turno a ogni dipendente per ogni giorno dell'orizzonte di pianificazione considerato.



# Problema reale: staff scheduling

## Problema

Ottimizzazione della programmazione degli orari di lavoro del personale della struttura “Il Gignoro” della Diaconia Valdese Fiorentina.

## Obiettivo

Assegnare un turno a ogni dipendente per ogni giorno dell'orizzonte di pianificazione considerato.





Quattro fasi:

- 1 Raccolta delle specifiche del problema e delle richieste dell'utente
- 2 Raccolta dei dati in input
- 3 Formulazione del modello matematico
- 4 Implementazione dell'algoritmo e test su dati reali



Quattro fasi:

- 1 Raccolta delle specifiche del problema e delle richieste dell'utente
- 2 Raccolta dei dati in input
- 3 Formulazione del modello matematico
- 4 Implementazione dell'algoritmo e test su dati reali



Quattro fasi:

- 1 Raccolta delle specifiche del problema e delle richieste dell'utente
- 2 Raccolta dei dati in input
- 3 Formulazione del modello matematico
- 4 Implementazione dell'algoritmo e test su dati reali



Quattro fasi:

- 1 Raccolta delle specifiche del problema e delle richieste dell'utente
- 2 Raccolta dei dati in input
- 3 Formulazione del modello matematico
- 4 Implementazione dell'algoritmo e test su dati reali



## Specifiche del problema

- Orizzonte di programmazione: mensile.
- La struttura è organizzata per moduli.  
A ciascun modulo sono associati operatori e domande di copertura.
- Tipi di orario: definiti da una fascia oraria, un modulo e una qualifica.  
Turni: combinazioni ammissibili di tipi di orario.  
Ciascun tipo di orario richiede giornalmente un certo numero di operatori.  
Ciascuna coppia operatore-turno ha un costo di ammissibilità.



## Specifiche del problema

- Orizzonte di programmazione: mensile.
- La struttura è organizzata per moduli.  
A ciascun modulo sono associati operatori e domande di copertura.
- Tipi di orario: definiti da una fascia oraria, un modulo e una qualifica.  
Turni: combinazioni ammissibili di tipi di orario.  
Ciascun tipo di orario richiede giornalmente un certo numero di operatori.  
Ciascuna coppia operatore-turno ha un costo di ammissibilità.



## Specifiche del problema

- Orizzonte di programmazione: mensile.
- La struttura è organizzata per moduli.  
A ciascun modulo sono associati operatori e domande di copertura.
- Tipi di orario: definiti da una fascia oraria, un modulo e una qualifica.  
Turni: combinazioni ammissibili di tipi di orario.  
Ciascun tipo di orario richiede giornalmente un certo numero di operatori.  
Ciascuna coppia operatore-turno ha un costo di ammissibilità.



## Rassegna bibliografica

- Purnomo H.W., Bard J.F., *Cyclic preference scheduling for nurses using branch and price*, 2007
- Caprara A., Monaci M., Toth P., *Models and algorithms for a staff scheduling problem*, 2003
- Brucker P., Qu R., Burke E., *Personnel Scheduling: Models and Complexity*, 2011





# Dati in input

- orizzonte di pianificazione: insieme  $D$  dei giorni del mese,  $D = \{1, \dots, d\}$ ;
- operatori: insieme  $P = \{1, \dots, p\}$ ;
- tipi di orario: insieme  $Z = \{1, \dots, z\}$ ;
- turni: insieme  $T = \{0, \dots, t\}$ ;
- ore previste per il turno  $s$ :  $h_s \in \mathbb{R}, \quad \forall s \in T$ ;
- turni ammissibili ogni operatore: insieme  $T(x) \subseteq T, \quad \forall x \in P$ .  
Il turno  $s$  è ammissibile per l'operatore  $x \Leftrightarrow g_{x,s} \geq 0$ ;
- domande di copertura:  $r_{k,u} \in \mathbb{N}$  numero di operatori richiesti per il giorno  $k \in D$  per il tipo di orario  $u \in Z$ ;



# Dati in input

- orizzonte di pianificazione: insieme  $D$  dei giorni del mese,  $D = \{1, \dots, d\}$ ;
- operatori: insieme  $P = \{1, \dots, p\}$ ;
- tipi di orario: insieme  $Z = \{1, \dots, z\}$ ;
- turni: insieme  $T = \{0, \dots, t\}$ ;
- ore previste per il turno  $s$ :  $h_s \in \mathbb{R}$ ,  $\forall s \in T$ ;
- turni ammissibili ogni operatore: insieme  $T(x) \subseteq T$ ,  $\forall x \in P$ .  
Il turno  $s$  è ammissibile per l'operatore  $x \Leftrightarrow g_{x,s} \geq 0$ ;
- domande di copertura:  $r_{k,u} \in \mathbb{N}$  numero di operatori richiesti per il giorno  $k \in D$  per il tipo di orario  $u \in Z$ ;



# Dati in input

- orizzonte di pianificazione: insieme  $D$  dei giorni del mese,  $D = \{1, \dots, d\}$ ;
- operatori: insieme  $P = \{1, \dots, p\}$ ;
- tipi di orario: insieme  $Z = \{1, \dots, z\}$ ;
- turni: insieme  $T = \{0, \dots, t\}$ ;
- ore previste per il turno  $s$ :  $h_s \in \mathbb{R}, \quad \forall s \in T$ ;
- turni ammissibili ogni operatore: insieme  $T(x) \subseteq T, \quad \forall x \in P$ .  
Il turno  $s$  è ammissibile per l'operatore  $x \Leftrightarrow g_{x,s} \geq 0$ ;
- domande di copertura:  $r_{k,u} \in \mathbb{N}$  numero di operatori richiesti per il giorno  $k \in D$  per il tipo di orario  $u \in Z$ ;



# Dati in input

- orizzonte di pianificazione: insieme  $D$  dei giorni del mese,  $D = \{1, \dots, d\}$ ;
- operatori: insieme  $P = \{1, \dots, p\}$ ;
- tipi di orario: insieme  $Z = \{1, \dots, z\}$ ;
- turni: insieme  $T = \{0, \dots, t\}$ ;
- ore previste per il turno  $s$ :  $h_s \in \mathbb{R}, \quad \forall s \in T$ ;
- turni ammissibili ogni operatore: insieme  $T(x) \subseteq T, \quad \forall x \in P$ .  
Il turno  $s$  è ammissibile per l'operatore  $x \Leftrightarrow g_{x,s} \geq 0$ ;
- domande di copertura:  $r_{k,u} \in \mathbb{N}$  numero di operatori richiesti per il giorno  $k \in D$  per il tipo di orario  $u \in Z$ ;



# Dati in input

- orizzonte di pianificazione: insieme  $D$  dei giorni del mese,  $D = \{1, \dots, d\}$ ;
- operatori: insieme  $P = \{1, \dots, p\}$ ;
- tipi di orario: insieme  $Z = \{1, \dots, z\}$ ;
- turni: insieme  $T = \{0, \dots, t\}$ ;
- ore previste per il turno  $s$ :  $h_s \in \mathbb{R}, \quad \forall s \in T$ ;
- turni ammissibili ogni operatore: insieme  $T(x) \subseteq T, \quad \forall x \in P$ .  
Il turno  $s$  è ammissibile per l'operatore  $x \Leftrightarrow g_{x,s} \geq 0$ ;
- domande di copertura:  $r_{k,u} \in \mathbb{N}$  numero di operatori richiesti per il giorno  $k \in D$  per il tipo di orario  $u \in Z$ ;



# Dati in input

- orizzonte di pianificazione: insieme  $D$  dei giorni del mese,  $D = \{1, \dots, d\}$ ;
- operatori: insieme  $P = \{1, \dots, p\}$ ;
- tipi di orario: insieme  $Z = \{1, \dots, z\}$ ;
- turni: insieme  $T = \{0, \dots, t\}$ ;
- ore previste per il turno  $s$ :  $h_s \in \mathbb{R}, \quad \forall s \in T$ ;
- turni ammissibili ogni operatore: insieme  $T(x) \subseteq T, \quad \forall x \in P$ .  
Il turno  $s$  è ammissibile per l'operatore  $x \Leftrightarrow g_{x,s} \geq 0$ ;
- domande di copertura:  $r_{k,u} \in \mathbb{N}$  numero di operatori richiesti per il giorno  $k \in D$  per il tipo di orario  $u \in Z$ ;



# Dati in input

- orizzonte di pianificazione: insieme  $D$  dei giorni del mese,  $D = \{1, \dots, d\}$ ;
- operatori: insieme  $P = \{1, \dots, p\}$ ;
- tipi di orario: insieme  $Z = \{1, \dots, z\}$ ;
- turni: insieme  $T = \{0, \dots, t\}$ ;
- ore previste per il turno  $s$ :  $h_s \in \mathbb{R}$ ,  $\forall s \in T$ ;
- turni ammissibili ogni operatore: insieme  $T(x) \subseteq T$ ,  $\forall x \in P$ .  
Il turno  $s$  è ammissibile per l'operatore  $x \Leftrightarrow g_{x,s} \geq 0$ ;
- domande di copertura:  $r_{k,u} \in \mathbb{N}$  numero di operatori richiesti per il giorno  $k \in D$  per il tipo di orario  $u \in Z$ ;



# Dati in input

- assegnamenti programmati:  $B = \{(x, s, k) : x \in P, s \in T(x), k \in D\}$ ;
- matrice di incidenza turni-orari: matrice  $A$  tale che

$$a_{s,u} = \begin{cases} 1 & \text{se il turno } s \text{ copre il tipo di orario } u \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases},$$

con  $s \in T$  e  $u \in Z$ ;

- scostamento dal budget orario:  $v_x = \sum_{f=1}^{y-1} v_{x,f}$ ,  $\forall x \in P$ , con  $y$  mese considerato in programmazione e  $v_{x,f} \in \mathbb{R}$  scostamento registrato nel mese  $f \in \{1, \dots, y-1\}$ ;
- coefficienti di penalità:  $\eta_1 > \dots > \eta_{11} \in \mathbb{R}$ .





# Dati in input

- assegnamenti programmati:  $B = \{(x, s, k) : x \in P, s \in T(x), k \in D\}$ ;
- matrice di incidenza turni-orari: matrice  $A$  tale che

$$a_{s,u} = \begin{cases} 1 & \text{se il turno } s \text{ copre il tipo di orario } u \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases},$$

con  $s \in T$  e  $u \in Z$ ;

- scostamento dal budget orario:  $v_x = \sum_{f=1}^{y-1} v_{x,f}$ ,  $\forall x \in P$ , con  $y$  mese considerato in programmazione e  $v_{x,f} \in \mathbb{R}$  scostamento registrato nel mese  $f \in \{1, \dots, y-1\}$ ;
- coefficienti di penalità:  $\eta_1 > \dots > \eta_{11} \in \mathbb{R}$ .



# Dati in input

- assegnamenti programmati:  $B = \{(x, s, k) : x \in P, s \in T(x), k \in D\}$ ;
- matrice di incidenza turni-orari: matrice  $A$  tale che

$$a_{s,u} = \begin{cases} 1 & \text{se il turno } s \text{ copre il tipo di orario } u \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases},$$

con  $s \in T$  e  $u \in Z$ ;

- scostamento dal budget orario:  $v_x = \sum_{f=1}^{y-1} v_{x,f}$ ,  $\forall x \in P$ , con  $y$  mese considerato in programmazione e  $v_{x,f} \in \mathbb{R}$  scostamento registrato nel mese  $f \in \{1, \dots, y-1\}$ ;
- coefficienti di penalità:  $\eta_1 > \dots > \eta_{11} \in \mathbb{R}$ .



# Dati in input

- assegnamenti programmati:  $B = \{(x, s, k) : x \in P, s \in T(x), k \in D\}$ ;
- matrice di incidenza turni-orari: matrice  $A$  tale che

$$a_{s,u} = \begin{cases} 1 & \text{se il turno } s \text{ copre il tipo di orario } u \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases},$$

con  $s \in T$  e  $u \in Z$ ;

- scostamento dal budget orario:  $v_x = \sum_{f=1}^{y-1} v_{x,f}$ ,  $\forall x \in P$ , con  $y$  mese considerato in programmazione e  $v_{x,f} \in \mathbb{R}$  scostamento registrato nel mese  $f \in \{1, \dots, y-1\}$ ;
- coefficienti di penalità:  $\eta_1 > \dots > \eta_{11} \in \mathbb{R}$ .



# Variabili decisionali

$\alpha_{x,s,k}, \forall x \in P, s \in T(x), k \in D:$

$$\alpha_{x,s,k} = \begin{cases} 1 & \text{se l'operatore } x \text{ è assegnato al turno } s \text{ nel giorno } k \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$



# Vincoli hard

- assegnare esattamente un turno ad ogni operatore per ogni giorno dell'orizzonte di programmazione:

$$\sum_{s \in T(x)} \alpha_{x,s,k} = 1 \quad \forall x \in P, \quad k \in D$$

- rispettare i preassegnamenti:

$$\alpha_{x,s,k} = 1 \quad \forall (x, s, k) \in B$$



## Vincoli hard

- assegnare esattamente un turno ad ogni operatore per ogni giorno dell'orizzonte di programmazione:

$$\sum_{s \in T(x)} \alpha_{x,s,k} = 1 \quad \forall x \in P, \quad k \in D$$

- rispettare i preassegnamenti:

$$\alpha_{x,s,k} = 1 \quad \forall (x, s, k) \in B$$



# Vincoli soft

- distribuire uniformemente i riposi agli operatori:

- due in ciascuna metà del mese:

$$\sum_{k \in D_h} \alpha_{x,1,k} + \gamma_{x,h} \geq 2 \quad \forall x \in P, \quad h \in \{1,2\}$$

$$\gamma_{x,h} \geq 0 \quad \forall x \in P, \quad h \in \{1,2\}$$

- uno in ciascuna delle quattro settimane del mese:

$$\sum_{k \in S_j} \alpha_{x,1,k} + \delta_{x,j} \geq 1 \quad \forall x \in P, \quad j \in \{1, \dots, 4\}$$

$$\delta_{x,j} \geq 0 \quad \forall x \in P, \quad j \in \{1, \dots, 4\}$$



# Vincoli soft

- distribuire uniformemente i riposi agli operatori:
  - due in ciascuna metà del mese:

$$\sum_{k \in D_h} \alpha_{x,1,k} + \gamma_{x,h} \geq 2 \quad \forall x \in P, \quad h \in \{1,2\}$$

$$\gamma_{x,h} \geq 0 \quad \forall x \in P, \quad h \in \{1,2\}$$

- uno in ciascuna delle quattro settimane del mese:

$$\sum_{k \in S_j} \alpha_{x,1,k} + \delta_{x,j} \geq 1 \quad \forall x \in P, \quad j \in \{1, \dots, 4\}$$

$$\delta_{x,j} \geq 0 \quad \forall x \in P, \quad j \in \{1, \dots, 4\}$$





## Vincoli soft

- distribuire uniformemente i riposi agli operatori:

- due in ciascuna metà del mese:

$$\sum_{k \in D_h} \alpha_{x,1,k} + \gamma_{x,h} \geq 2 \quad \forall x \in P, \quad h \in \{1,2\}$$

$$\gamma_{x,h} \geq 0 \quad \forall x \in P, \quad h \in \{1,2\}$$

- uno in ciascuna delle quattro settimane del mese:

$$\sum_{k \in S_j} \alpha_{x,1,k} + \delta_{x,j} \geq 1 \quad \forall x \in P, \quad j \in \{1, \dots, 4\}$$

$$\delta_{x,j} \geq 0 \quad \forall x \in P, \quad j \in \{1, \dots, 4\}$$



# Vincoli soft

- soddisfare le richieste di copertura dei moduli:

$$\sum_{x \in P} \sum_{\substack{s \in T(x): a_{s,u}=1, \\ a_{s,u} \in A}} \alpha_{x,s,k} + \theta_{k,u}^+ - \theta_{k,u}^- = r_{k,u} \quad \forall k \in D, \quad u \in Z$$

$$\theta_{k,u}^+ \geq 0, \quad \theta_{k,u}^- \geq 0 \quad \forall k \in D, \quad u \in Z$$



## Vincoli soft

- prevedere 37 ore di lavoro settimanali per ogni operatore:

$$\sum_{s \in T(x)} \sum_{k \in S_j} h_s \cdot \alpha_{x,s,k} + \varepsilon_{x,j}^+ - \varepsilon_{x,j}^- = 37 \quad \forall x \in P, \quad j \in \{1, \dots, 4\}$$

$$\varepsilon_{x,j}^+ \geq 0, \quad \varepsilon_{x,j}^- \geq 0 \quad \forall x \in P, \quad j \in \{1, \dots, 4\}$$

- prevedere  $\frac{37}{6} \times n$  ore di lavoro mensili per ogni operatore, con  $n$  numero di giorni lavorativi del mese considerato in programmazione:

$$\sum_{s \in T(x)} \sum_{k \in D} h_s \cdot \alpha_{x,s,k} + \lambda_x^+ - \lambda_x^- = \frac{37}{6} \times n \quad \forall x \in P$$

$$\lambda_x^+ \geq 0, \quad \lambda_x^- \geq 0 \quad \forall x \in P$$



## Vincoli soft

- prevedere 37 ore di lavoro settimanali per ogni operatore:

$$\sum_{s \in T(x)} \sum_{k \in S_j} h_s \cdot \alpha_{x,s,k} + \varepsilon_{x,j}^+ - \varepsilon_{x,j}^- = 37 \quad \forall x \in P, \quad j \in \{1, \dots, 4\}$$

$$\varepsilon_{x,j}^+ \geq 0, \quad \varepsilon_{x,j}^- \geq 0 \quad \forall x \in P, \quad j \in \{1, \dots, 4\}$$

- prevedere  $\frac{37}{6} \times n$  ore di lavoro mensili per ogni operatore, con  $n$  numero di giorni lavorativi del mese considerato in programmazione:

$$\sum_{s \in T(x)} \sum_{k \in D} h_s \cdot \alpha_{x,s,k} + \lambda_x^+ - \lambda_x^- = \frac{37}{6} \times n \quad \forall x \in P$$

$$\lambda_x^+ \geq 0, \quad \lambda_x^- \geq 0 \quad \forall x \in P$$



## Vincoli soft

- tenere conto dello scostamento (in eccesso e in difetto) accumulato mese dopo mese da ciascun operatore rispetto al budget orario previsto. Viene considerato anche il mese in programmazione, in previsione dello scostamento che si registrerà alla fine dell'anno.

$$\beta_x^+ - \beta_x^- = v_x + \lambda_x^+ - \lambda_x^- \quad \forall x \in P$$

$$\beta_x^+ \geq 0, \quad \beta_x^- \geq 0 \quad \forall x \in P$$



## Termini della funzione obiettivo

- richieste di copertura non soddisfatte:

$$f_1 = \sum_{k \in D} \sum_{u \in Z} \theta_{k,u}^+$$

- scostamento in eccesso e in difetto accumulato fino al mese considerato in programmazione:

$$f_2 = \sum_{x \in P} \beta_x^+$$

$$f_3 = \sum_{x \in P} \beta_x^-$$



## Termini della funzione obiettivo

- richieste di copertura non soddisfatte:

$$f_1 = \sum_{k \in D} \sum_{u \in Z} \theta_{k,u}^+$$

- scostamento in eccesso e in difetto accumulato fino al mese considerato in programmazione:

$$f_2 = \sum_{x \in P} \beta_x^+$$

$$f_3 = \sum_{x \in P} \beta_x^-$$



## Termini della funzione obiettivo

- scostamento in eccesso e in difetto registrato nel mese considerato in programmazione:

$$f_4 = \sum_{x \in P} \lambda_x^+$$

$$f_5 = \sum_{x \in P} \lambda_x^-$$

- scostamento in eccesso e in difetto registrato ogni settimana del mese considerato:

$$f_6 = \sum_{x \in P} \sum_{j \in \{1, \dots, 4\}} \varepsilon_{x,j}^+$$

$$f_7 = \sum_{x \in P} \sum_{j \in \{1, \dots, 4\}} \varepsilon_{x,j}^-$$





## Termini della funzione obiettivo

- scostamento in eccesso e in difetto registrato nel mese considerato in programmazione:

$$f_4 = \sum_{x \in P} \lambda_x^+$$

$$f_5 = \sum_{x \in P} \lambda_x^-$$

- scostamento in eccesso e in difetto registrato ogni settimana del mese considerato:

$$f_6 = \sum_{x \in P} \sum_{j \in \{1, \dots, 4\}} \varepsilon_{x,j}^+$$

$$f_7 = \sum_{x \in P} \sum_{j \in \{1, \dots, 4\}} \varepsilon_{x,j}^-$$



## Termini della funzione obiettivo

- riposi non assegnati in ciascuna metà del mese:

$$f_8 = \sum_{x \in P} \sum_{h \in \{1,2\}} \gamma_{x,h}$$

- riposi non assegnati settimanalmente:

$$f_9 = \sum_{x \in P} \sum_{j \in \{1, \dots, 4\}} \delta_{x,j}$$

- indice di sgradimento dei turni assegnati:

$$f_{10} = \sum_{x \in P} \sum_{s \in T(x)} g_{x,s} \sum_{k \in D} \alpha_{x,s,k}$$



## Termini della funzione obiettivo

- riposi non assegnati in ciascuna metà del mese:

$$f_8 = \sum_{x \in P} \sum_{h \in \{1,2\}} \gamma_{x,h}$$

- riposi non assegnati settimanalmente:

$$f_9 = \sum_{x \in P} \sum_{j \in \{1, \dots, 4\}} \delta_{x,j}$$

- indice di sgradimento dei turni assegnati:

$$f_{10} = \sum_{x \in P} \sum_{s \in T(x)} g_{x,s} \sum_{k \in D} \alpha_{x,s,k}$$



## Termini della funzione obiettivo

- riposi non assegnati in ciascuna metà del mese:

$$f_8 = \sum_{x \in P} \sum_{h \in \{1,2\}} \gamma_{x,h}$$

- riposi non assegnati settimanalmente:

$$f_9 = \sum_{x \in P} \sum_{j \in \{1, \dots, 4\}} \delta_{x,j}$$

- indice di sgradimento dei turni assegnati:

$$f_{10} = \sum_{x \in P} \sum_{s \in T(x)} g_{x,s} \sum_{k \in D} \alpha_{x,s,k}$$



## Termini della funzione obiettivo

- operatori in sovrannumero rispetto alle richieste di copertura fatte:

$$f_{11} = \sum_{k \in D} \sum_{u \in Z} \theta_{k,u}^-$$

La funzione obiettivo del modello, da minimizzare, è la somma dei termini lineari descritti:

$$\min \sum_{i=1}^{11} \eta_i \cdot f_i$$



## Termini della funzione obiettivo

- operatori in sovrannumero rispetto alle richieste di copertura fatte:

$$f_{11} = \sum_{k \in D} \sum_{u \in Z} \theta_{k,u}^-$$

La funzione obiettivo del modello, da minimizzare, è la somma dei termini lineari descritti:

$$\min \sum_{i=1}^{11} \eta_i \cdot f_i$$



# Strumenti implementativi

Implementazione dell'algoritmo: linguaggio C++

Strumenti utilizzati:

- librerie sviluppate da COIN-OR
- interfaccia OSI
- solutori per PLI: Cbc, GLPK e CPLEX
- linguaggio di modellazione algebrico FlopC++



## Risultati ottenuti

### Versione semplificata dell'istanza

Il solutore commerciale CPLEX è stato testato su quattro diversi insiemi di coefficienti di penalità e tre diversi tempi limite (5, 30 e 60 minuti). Tutti i test garantiscono una soluzione ammissibile intera.

Il solutore open-source Cbc testato sul primo set di coefficienti impiega 3 ore per trovare la prima soluzione ammissibile intera.

Il solutore open-source GLPK testato sul primo set di coefficienti dopo 3 ore ancora non fornisce una soluzione ammissibile intera.





## Risultati ottenuti

### Versione semplificata dell'istanza

Il solutore commerciale CPLEX è stato testato su quattro diversi insiemi di coefficienti di penalità e tre diversi tempi limite (5, 30 e 60 minuti). Tutti i test garantiscono una soluzione ammissibile intera.

Il solutore open-source Cbc testato sul primo set di coefficienti impiega 3 ore per trovare la prima soluzione ammissibile intera.

Il solutore open-source GLPK testato sul primo set di coefficienti dopo 3 ore ancora non fornisce una soluzione ammissibile intera.



## Risultati ottenuti

### Versione semplificata dell'istanza

Il solutore commerciale CPLEX è stato testato su quattro diversi insiemi di coefficienti di penalità e tre diversi tempi limite (5, 30 e 60 minuti). Tutti i test garantiscono una soluzione ammissibile intera.

Il solutore open-source Cbc testato sul primo set di coefficienti impiega 3 ore per trovare la prima soluzione ammissibile intera.

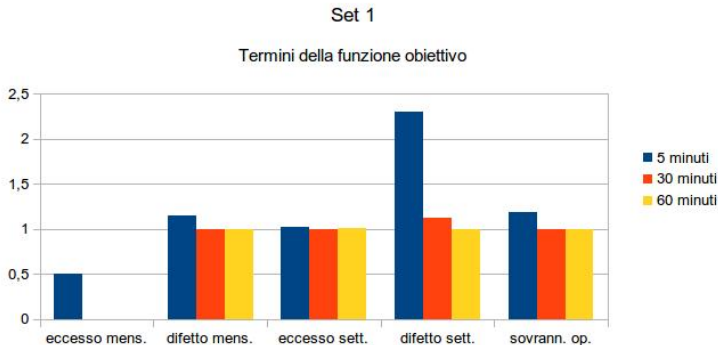
Il solutore open-source GLPK testato sul primo set di coefficienti dopo 3 ore ancora non fornisce una soluzione ammissibile intera.



## Qualità dei risultati - Versione semplificata

Non si registrano violazioni per:

- la copertura delle richieste
- la distribuzione uniforme dei riposi (bisettimanale e settimanale)





## Risultati ottenuti

### Versione completa dell'istanza

Il solutore commerciale CPLEX è stato testato sui quattro diversi insiemi di coefficienti di penalità e tre diversi tempi limite (5, 30 e 60 minuti).

Tutti i test garantiscono una soluzione ammissibile intera.

Il primo e il quarto set di coefficienti risolvono il problema all'ottimo.

I solutori open-source Cbc e GLPK testati sul primo e sul quarto set di coefficienti dopo 3 ore ancora non forniscono una soluzione ammissibile intera.



## Risultati ottenuti

### Versione completa dell'istanza

Il solutore commerciale CPLEX è stato testato sui quattro diversi insiemi di coefficienti di penalità e tre diversi tempi limite (5, 30 e 60 minuti).

Tutti i test garantiscono una soluzione ammissibile intera.

Il primo e il quarto set di coefficienti risolvono il problema all'ottimo.

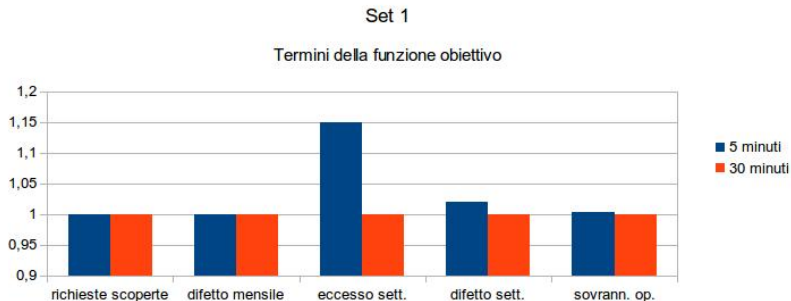
I solutori open-source Cbc e GLPK testati sul primo e sul quarto set di coefficienti dopo 3 ore ancora non forniscono una soluzione ammissibile intera.



## Qualità dei risultati - Versione completa

Non si registrano violazioni per:

- lo scostamento mensile in eccesso
- la distribuzione uniforme dei riposi (bisettimanale e settimanale)

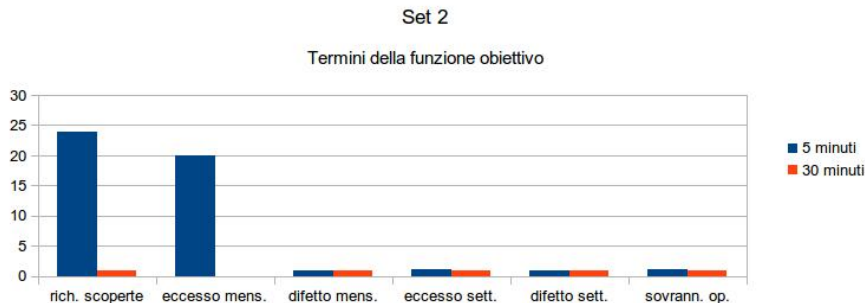




## Qualità dei risultati - Versione completa

Non si registrano violazioni per:

- la distribuzione uniforme dei riposi (bisettimanale e settimanale)

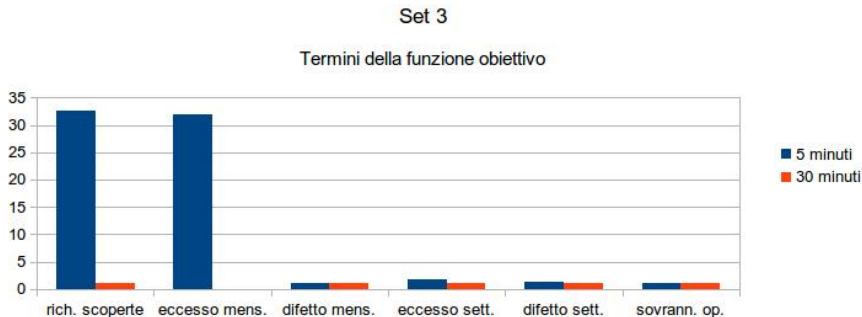




## Qualità dei risultati - Versione completa

Non si registrano violazioni per:

- la distribuzione uniforme dei riposi (bisettimanale e settimanale)







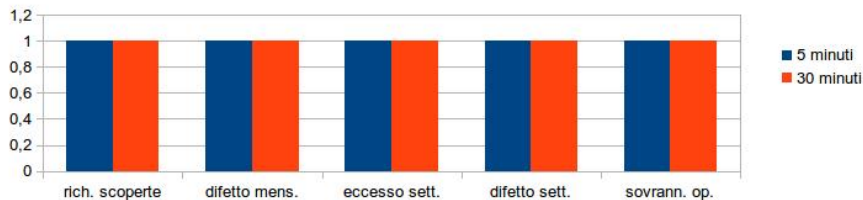
## Qualità dei risultati - Versione completa

Non si registrano violazioni per:

- lo scostamento mensile in eccesso
- la distribuzione uniforme dei riposi (bisettimanale e settimanale)

### Set 4

#### Termini della funzione obiettivo





Grazie per l'attenzione.